

## POSTER

### Le $p$ -Laplacien non-local sur graphes : du discret au continu

**Yosra HAFIENE**

Université de Caen-Normandie

#### Résumé

L'équation d'évolution du  $p$ -Laplacien non-local, gouvernée par un noyau donné, a de très nombreuses applications pour modéliser les phénomènes de diffusion, notamment en traitement du signal et des images sur graphes. En pratique, cette équation d'évolution est implémentée sous une forme discrète (en temps et en espace) comme une approximation numérique du problème continu, où le noyau est remplacé par la matrice d'adjacence d'un graphe. La question naturelle est alors d'étudier la structure des solutions du problème discret et d'en établir la limite continue. C'est l'objectif poursuivi dans ce travail. En combinant des outils issus de la théorie des graphes et des équations d'évolution non-linéaires, nous donnons une interprétation rigoureuse à la limite continue du problème du  $p$ -Laplacien discret sur graphes. Plus spécifiquement, nous considérons une suite de graphes (déterministes) dont l'objet limite est appelé *graphon*. L'équation d'évolution du  $p$ -Laplacien est alors discrétisée en temps et en espace sur cette suite de graphes. Ainsi, nous prouvons la convergence des solutions de la suite des problèmes discrétisés vers la solution du problème d'évolution continu gouverné par le graphon lorsque le nombre des noeuds du graphe tend vers l'infini. Ce faisant, nous exhibons les vitesses de convergence correspondantes pour différents modèles de graphes, et mettons en exergue l'influence de la géométrie du graphon. Dans le cas de graphes aléatoires, en utilisant des inégalités de concentration fines, nous fournissons les vitesses de convergence de la solution discrète vers sa limite continue avec grande probabilité et montrons l'influence de la valeur de  $p$ .

**Mots clés.** Diffusion non-locale ;  $p$ -Laplacien ; graphes ; limites de graphe ; approximation numérique

#### Références

- [1] F. ANDREU-VAILLO, J. M. MAZÓN, J. D. ROSSI, AND J. J. TOLEDO-MELERO. Non- local Diffusion Problems, volume 165 of Mathematical Surveys and Monographs. American Mathematical Society, 2010.

- [2] C. BORGS, J. CHAYES, L. LOVÁSZ, V. SÓS, AND K. VESZTERGOMBI. Limits of randomly grown graph sequences. *European Journal of Combinatorics*, 32(7) :985-999, 2011.
- [3] A. ELMOATAZ, X. DESQUESNES, AND O. LEZORAY. Non-local morphological pdes and p-laplacian equation on graphs with applications in image processing and machine learning. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 6(7) :764-779, Nov 2012.
- [4] A. ELMOATAZ, M. TOUTAIN, AND D. TENBRINCK. On the p-laplacian and 1-laplacian on graphs with applications in image and data processing. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2017. à paraître.
- [5] Y. HAFIENE, M. J. FADILI, AND A. ELMOATAZ. Nonlocal p-laplacian evolution problems on graphs. Technical Report arXiv :1612.07156, 2016.
- [6] S. KINDERMANN, S. OSHER, AND P. W. JONES. Deblurring and denoising of images by nonlocal functionals. *SIAM J. Multiscale Modeling and Simulation*, 4 :1091-1115, 2005.
- [7] L. LOVÁSZ AND B. SZEGEDY. Limits of dense graph sequences. *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 96(6) :933-957, 2006.
- [8] G.S.MEDVEDEV. The nonlinear heat equation on dense graphs. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 46(4) :2743-2766, 2014.
- [9] M. PÉREZ-LLANOS AND J. D. ROSSI. Numerical approximations for a non-local evolution equation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 49(5) :2103-2123, 2011.

Colloque  
EDP-Normandie  
Caen 2017



Normandie - Mathématiques

